

Estudos da Mecânica Ocular

IV - Comprimento muscular e Trabalho respectivo em Função das Rotações Oculares (*)

Harley E. A. Bicas **

A determinação do comprimento de um músculo convém para conhecimento do estado de contração ou extensão (resistência oferecida) que lhe corresponde, numa dada posição ocular. Em outros termos, informa sobre a condição de trabalho do mesmo (embora ao contrário da análise vetorial, não especifique seu desempenho nos diferentes planos).

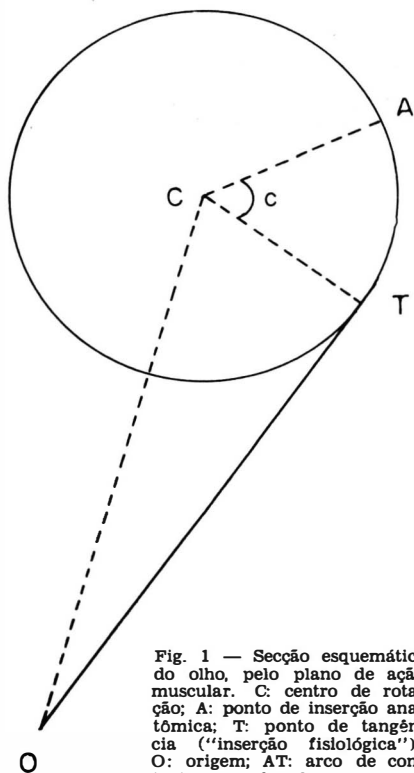


Fig. 1 — Seção esquemática do olho, pelo plano de ação muscular. C: centro de rotação; A: ponto de inserção anatômica; T: ponto de tangência ("inserção fisiológica"); O: origem; AT: arco de contacto, com ângulo c.

Pela figura 1, pode-se equacionar:

$$r = \overline{AC} = \overline{TC} = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2} = \sqrt{x_t^2 + y_t^2 + z_t^2} \quad (1)$$

$$\overline{OC} = \sqrt{x_o^2 + y_o^2 + z_o^2} \quad (2)$$

$$\overline{OT}^2 = \overline{OC}^2 - r^2 = x_o^2 + y_o^2 + z_o^2 - (x_i^2 + y_i^2 + z_i^2) \quad (3)$$

As coordenadas do ponto de inserção (A), após uma determinada rotação do olho definida pelo produto das matrizes rotacionais $[M_R^{-1}]$, é expressa por $P_t(x_t, y_t, z_t)$. Conforme já visto no trabalho precedente:

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{bmatrix} = [M_R^{-1}] \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \quad (4)$$

A extensão real de \overline{AO} pode ser retirada da geometria:

$$\overline{AO}^2 = (x_t - x_o)^2 + (y_t - y_o)^2 + (z_t - z_o)^2 \quad (5)$$

E aplicando-se a lei dos cosenos para o triângulo ACO:

$$\overline{AO}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{OC}^2 - 2 \overline{AC} \cdot \overline{OC} \cos(c+j) \quad (6)$$

Substituindo-se os valores das equações 1, 2 e 5 em 6, vem:

$$x_t x_o + y_t y_o + z_t z_o = \overline{AC} \cdot \overline{OC} \cos(c+j) = k = [x_o \ y_o \ z_o] \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{bmatrix} \quad (7)$$

* Desenvolvido com auxílios da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (São Paulo, Brasil) e da Smith-Kettlewell Eye Research Foundation (San Francisco, California, U.S.A.).

** Professor Adjunto, Departamento de Oftalmologia e Otorrinolaringologia da Faculdade de Medicina de Ribeirão Preto da Universidade de São Paulo.
14.100 — Ribeirão Preto — SP. — Brasil.

Portanto:

$$k = [x_0 \ y_0 \ z_0] [M_R^{-1}] \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = x_0 (x_1 M_1 + y_1 M_2 + z_1 M_3) + y_0 (x_1 M_4 + y_1 M_5 + z_1 M_6) + z_0 (x_1 M_7 + y_1 M_8 + z_1 M_9) \quad (8)$$

onde:

$$M_1 = \cos h \cos v + [\sin^2 v / (1 + \cos h \cos v)] = M_5 + [M_8^2 / (1 + M_5)] \quad (9)$$

$$M_2 = -\sin h \cos v = -M_4 \quad (10)$$

$$M_3 = (\sin h \sin v \cos v) / (1 + \cos h \cos v) = M_7 = M_4 M_8 / (1 + M_5) \quad (11)$$

$$M_5 = \cos h \cos v \quad (12)$$

$$M_6 = -\sin v = -M_8 \quad (13)$$

$$M_9 = 1 - [\sin^2 v / (1 + \cos h \cos v)] = 1 - [M_8^2 / (1 + M_5)] \quad (14)$$

Torna-se desse modo possível o cálculo do arco de contacto (c) pelos valores de cos (c+j) (equação 7) e cos j = AC/OC:

$$c = (c + j) - j \therefore c = \arccos \left[\frac{k}{AC \cdot OC} \right] - \arccos \frac{AC}{OC} \quad (15)$$

Esse resultado angular, expresso em medidas lineares é:

$$\widehat{AT} = \frac{\pi R c}{180} \quad (16)$$

e a extensão total do comprimento muscular (m) é:

$$m = \widehat{AT} + \widehat{OT} \quad (17)$$

sendo esses valores conhecidos das equações 16 (que depende de 15, que por sua vez vem de 8, 1 e 2) e 3 (que também resulta de 1 e 2). Em última análise, para o cálculo de m são necessários os dados de P_1 (para a equação 1), P_0 (para a equação 2), h e v (para as equações 9 a 14 que são postas na equação 8).

Tomemos como exemplo o cálculo para o comprimento muscular do reto superior, quando $h = 0^\circ$ e $v = 30^\circ$. Anteriormente já vimos que nas coordenadas do reto superior,

$x_1 = 0$. Só com esses três dados, a fórmula 8 se simplifica para:

$$k = \frac{(y_1 z_0 - y_0 z_1)}{2} + \frac{y_0 y_1 \sqrt{3}}{2} + \frac{z_0 z_1 (3 + 2\sqrt{3})}{4 + 2\sqrt{3}}$$

resultando com os parâmetros $y_1 = 7,589$, $y_0 = 31,76$, $z = 3,6$, $z_1 = 10,413$ (valores em mm) que $k = 2,748 \text{ mm}^2$. Como $AC = 12,885 \text{ mm}$ e $OC = 35,744 \text{ mm}$ vem para a equação 15 a determinação do arco de contacto, $c = 20,788^\circ$. Daí $AT = 4,675 \text{ mm}$ e como $OT = 33,341 \text{ mm}$, vem $m = 38,016 \text{ mm}$.

Obviamente, a apreciação pura e simples do valor de m não tem muito significado. Importa mais conhecer a variação do comprimento muscular relativamente ao valor do mesmo na posição primária (m_0), isto é, antes de qualquer rotação ocular ($h = 0^\circ$ e $v = 0^\circ$). Nestas condições, $M_1 = M_5 = M_9 = 1$ e $M_2 = M_3 = M_4 = M_6 = M_7 = M_8 = 0$, resultando para a equação 8:

$$k_0 = x_0 x_1 + y_0 y_1 + z_0 z_1 \quad (18)$$

Nos demais casos, as modificações são automáticas:

$$m_0 = \widehat{OT} + \widehat{AT}_0 = \widehat{OT} + \frac{\pi R}{180} \left[\arccos \frac{k_0}{AC \cdot OC} - \arccos \frac{AC}{OC} \right] \quad (19)$$

É lógico que se se pretende a diferença de comprimento muscular (contração ou extensão), $L = m_0 - m$, pode-se simplificar o sistema de cálculo:

$$L = m_0 - m = (\widehat{OT} + \widehat{AT}_0) - (\widehat{OT} + \widehat{AT}) = \widehat{AT}_0 - \widehat{AT} =$$

$$= \frac{\pi R}{180} (c_0 - c) = \frac{\pi R}{180} \left[\arccos \frac{k_0}{AC \cdot OC} - \arccos \frac{k}{AC \cdot OC} \right] \quad (20)$$

Os resultados são apresentados nas figuras seguintes. Neles, os valores de L são expressos em milímetros e os positivos correspondem a **contração** do músculo, enquanto os negativos à sua **extensão**. Também é mostrada por uma linha pontilhada, a posição ocular na qual o arco de contacto se anula: na fig. 2, numa adução de aproximadamente 37°; na fig. 4, no canto superior direito; nas figs. 5 e 6 no canto inferior direito. Note-se que para as figuras 3 (reto lateral) e 7 (obliquo inferior), o arco de contacto se mantém presente em todas as posições calculadas.

Perdido o arco de contacto, a função muscular continua. Todavia, parte da contração é agora consumida não apenas no trabalho de **rotação** ocular (único, quando o arco de contacto está presente) mas também no trabalho de **translação** ocular. (Para discussão mais pormenorizada deste tópico, consulte-se o trabalho seguinte desta série).

Os gráficos apresentam deformações decorrentes da assunção de que os músculos sempre se dispõem sobre o olho no trajeto de menor extensão (ocupando um círculo de diâmetro igual ao do olho). Esse artifício torna-se particularmente evidente no caso do reto lateral (fig. 3) em que a posição do olho

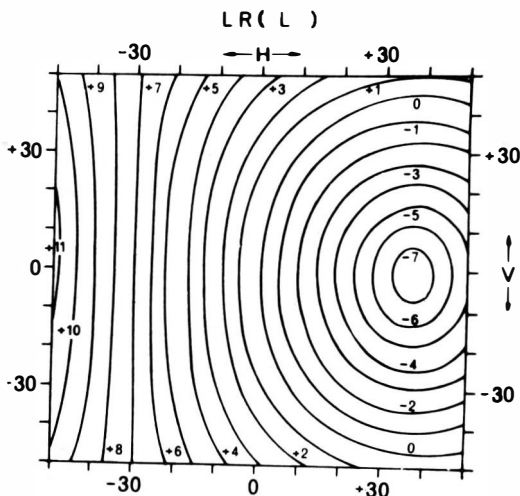


Fig. 3 — Linhas da variação do comprimento muscular (isométricas, em mm) do reto lateral, em relação à posição primária; valores positivos representam contração e os negativos, extensão muscular.

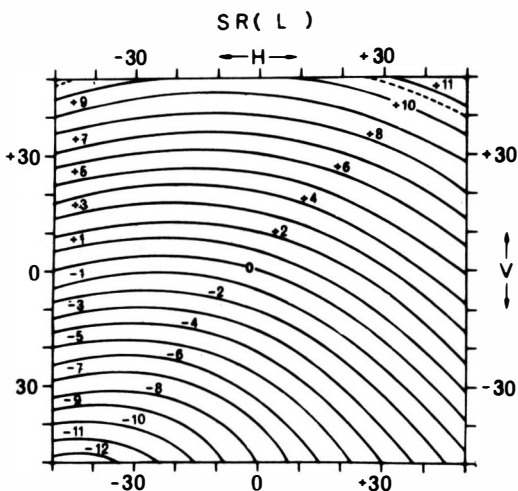


Fig. 4 — Linhas da variação do comprimento muscular (isométricas, em mm) do reto superior, em relação à posição primária; valores positivos representam contração e os negativos, extensão muscular. O arco de contacto está presente nas posições com valores menores que os da linha pontilhada.

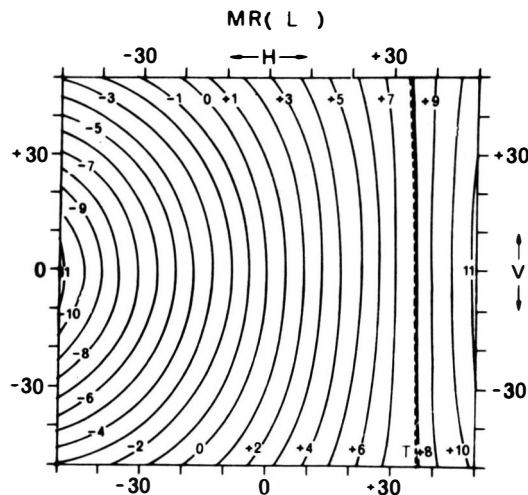


Fig. 2 — Linhas da variação do comprimento muscular (isométricas, em mm) do reto medial, em relação à posição primária; valores positivos representam contração e os negativos, extensão muscular. O arco de contacto está presente nas posições com valores menores que os da linha pontilhada.

levando à conjunção dos pontos de inserção muscular, do centro de rotação e da origem, aparece dentro dos limites do gráfico. Realmente nessa posição ($h = 37^\circ$ e $v = -1^\circ$) o re-

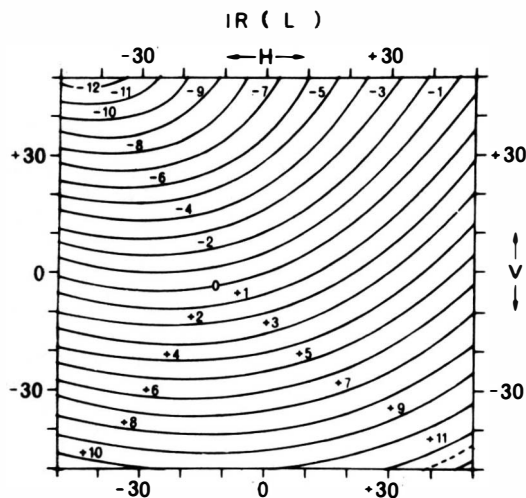


Fig. 5 — Linhas da variação do comprimento muscular (isométricas, em mm) do reto inferior, em relação ao da posição primária; valores positivos representam contração e os negativos extensão muscular. O arco de contacto está presente nas posições com valores menores que os da linha pontilhada.

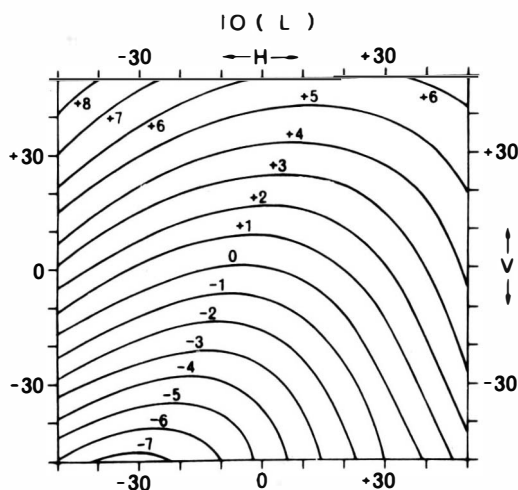


Fig. 7 — Linhas da variação do comprimento muscular (isométricas, em mm) do oblíquo inferior, em relação ao da posição primária; valores positivos representam contração e os negativos, extensão muscular.

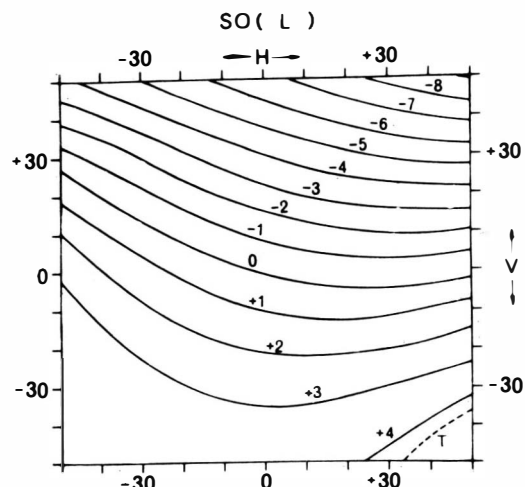


Fig. 6 — Linhas da variação do comprimento muscular (isométricas, em mm) do oblíquo superior, em relação ao da posição primária; valores positivos representam contração e os negativos extensão muscular. O arco de contacto está presente nas posições com valores menores que os da linha pontilhada.

to lateral alcançaria uma extensão máxima de aproximadamente 7,5 mm. Note-se a disposição concêntrica das linhas isométricas em torno desse ponto. (Nas figuras 2, 4, 5 e 7 o ponto de "irradiação" das linhas isométricas é mais ou menos indicado e corresponde à posição de conjunção acima referida. Na figura 6 é ainda menos perceptível.

De qualquer forma, em todas elas, a posição de conjunção não é clinicamente atingível).

Dos gráficos algumas conclusões interessantes podem ser tiradas: o reto medial acha-se contraído (encurtado) em posições de adução e mesmo em algumas de abdução associadas a grande elevação ou depressão. O inverso é válido para o reto lateral: sua contração ocorre em abdução, mas também em algumas posições de adução ligadas a grandes elevações ou depressões do olho. O reto superior encontra-se encurtado em certas posições de depressão em adução, enquanto o reto inferior em outras de elevação em adução; o que mostra que em adução, ambos retos verticais geralmente se acham encurtados, o que de certa forma aumenta a ação de antagonismo para algumas funções deles (por exemplo, as de elevação e depressão; ou as de incisão e exciclotorção) mas também a de sinergismo para a de adução. Finalmente, para os oblíquos, é curioso notar que o superior se encurta em praticamente toda posição de elevação do olho (exceto em grandes abduções) enquanto o inferior se acha contraído mesmo em posições classicamente admitidas como "diagnósticas do oblíquo superior" (isto é, em depressão e adução). Vale também aqui o raciocínio empregue para os retos verticais: a ação comum deles pode tanto se dar num sentido de antagonismo (por exemplo, ações verticais e torcionais) como num de sinergismo (abdução).

Se se considerar a variação do comprimento muscular (L) e a área de secção desse mesmo músculo (S), tem-se uma grandeza expressa em volume. Ela representa o tra-

balho realizado pelo músculo, para que o olho alcance uma determinada posição, à partir da primária:

$$W = f(V) = f(L.S)$$

já que L representa o deslocamento sofrido pelo ponto de inserção ocular do músculo e S é proporcional à sua força (aplicada longitudinalmente ao mesmo) (*). Logicamente, o ângulo que a direção de aplicação da força faz com o braço do momento de rotação deve ser também considerado. Mas nos movimentos oculares realizados enquanto existe

o arco de contacto, a força é sempre aplicada tangencialmente ao olho (i.e., perpendicularmente ao braço do momento de rotação) e portanto o componente rotacional do trabalho é constante (100%).

As áreas S de secção transversal do corpo muscular, em mm², e que foram aqui utilizadas, são as de Volkmann citadas por Boeder (1961), isto é: 17,39 para o RM; 16,73 para o RL; 11,34 para o RS; 15,85 para o RI; 8,36 para o OS e 7,89 para o OI. Os valores de S são controvertidos, dependendo do local em que a secção é considerada, mas basicamente conservarão, para cada músculo, as relações obtidas anteriormente para L (figuras 2 a 7). Ao se comparar um músculo com outro é que a influência de S mudará dados do produto $W = LS$ são apresentados nas figuras seguintes, agrupando os retos horizontais (fig. 8), os retos verticais (fig. 9) e os oblíquos (fig. 10).

(*) A força de um músculo transferida ao globo e promovendo rotação, é proporcional à secção do músculo (número de fibras musculares disponíveis) e à sua inervação, que vai determinar a quantidade de fibras funcionantes. Aqui a inervação é tida como igual para cada músculo, de forma que a relação entre fibras funcionantes e disponíveis não afete o cálculo de W.

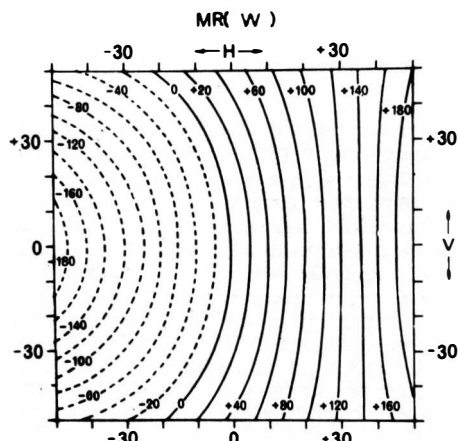


Fig. 8 — Trabalho relativo realizado pelos músculos retos horizontais (reto medial, MR; reto lateral, LR) no deslocamento ocular a partir da posição primária a uma outra de fixação.

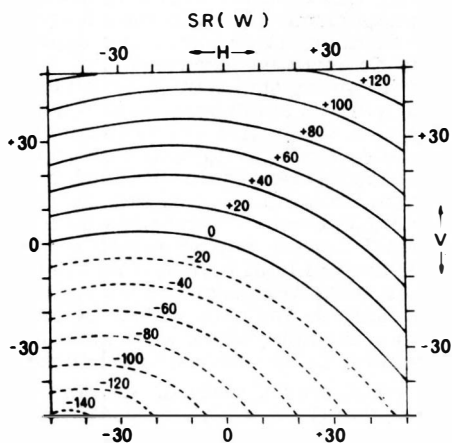


Fig. 9 — Trabalho relativo realizado pelos músculos retos verticais (reto superior, SR; reto inferior, IR) no deslocamento ocular a partir da posição primária a uma outra de fixação.

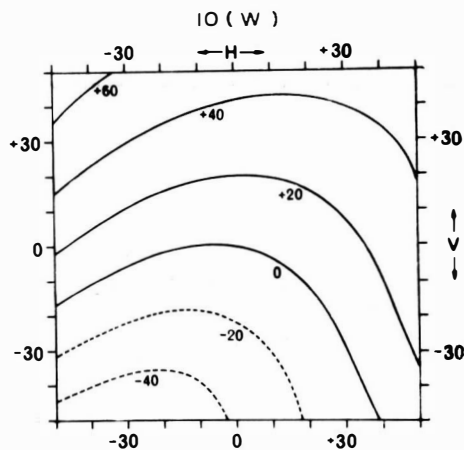
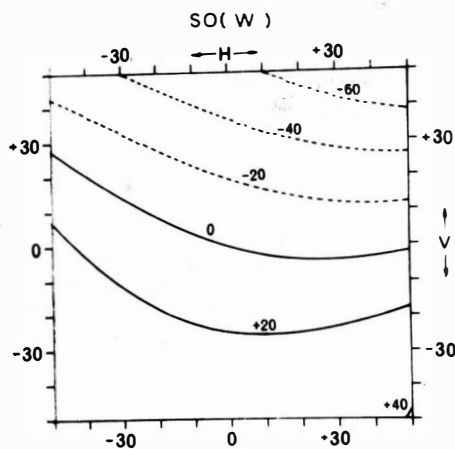


Fig. 10 — Trabalho relativo realizado pelos músculos obliquos (obliquo superior, SO; obliquo inferior, IO) no deslocamento ocular a partir da posição primária a uma outra de fixação.

Observe-se que os valores são agora expressos em mm^3 ; quando positivos representam contração muscular e quando negativos, extensão muscular (linhas pontilhadas). As isocóricas (linhas correspondentes a mesmo volume) sugerem as relações quantitativas para o desempenho dos vários músculos, num dado deslocamento a uma posição ocular a partir da primária.

O efeito da variação do comprimento muscular sobre as rotações nos vários eixos, ou seja, a composição do conhecimento do “trabalho realizado” (avaliado pela quantidade de contração ou extensão muscular) pelo sentido da rotação (determinado pela análise vetorial precedente) será objeto de outro estudo.

RESUMO

São apresentadas as formas de cálculo que possibilitam determinar o comprimento de um músculo para cada posição da fixação ocular; relativizando-se esse valor em função da posição primária, obtém-se consequentemente a variação do comprimento muscular (contração ou extensão) para cada situação examinada. Os resultados são apresentados em forma gráfica para posições de adução de $+50^\circ$ a abdução de -50° e de elevação de $+50^\circ$ a abaixamento de -50° . Pode-se então notar que músculos estão encurtados mesmo em certas partes do campo oculomotor opostas às que correspondem à contração natural dos mesmos; por exemplo: o reto medial encurtado em posições de abdução (relacionadas a grande elevação ou depressão), o reto lateral em posições de adução (também em grande elevação ou depressão), o reto superior em depressão (e

adução), o reto inferior em elevação (e adução), o obliquo superior em elevação (e abdução) e o obliquo inferior em depressão (exceto em grandes abduções). Considerando-se a área de secção muscular tem-se valores que representam o trabalho proporcional de cada músculo; os dados são também dispostos de forma gráfica como anteriormente. As relações numéricas permanecem as mesmas para cada músculo, mas serão diferentes se se comparar um com outro.

SUMMARY

The ways of calculations for determination of the length of a muscle in each position of ocular fixation are presented. If such a value is compared to that relative to the primary position, the variation of muscular length (contraction or extension) is consequently obtained for each ocular situation. The results are graphically presented for positions from adduction of 50° to abduction of 50° and from elevation of 50° to depression of 50° . It can be then noted that the muscles are shortened even in parts of the motor field opposed to the ones in which they are naturally contracted. For instance, the medial rectus is shortened in positions of abduction (related to large elevations or depressions), the lateral rectus in positions of adduction (also related to a large elevation or depression), the superior rectus in depression (and adduction), the inferior rectus in elevation (and adduction), the superior oblique in elevation (and abduction) and the inferior oblique in depression (except for extreme abductions). If one considers the area of muscular section, it comes values which represent the proportional work of each muscle; the data are also graphically presented as before. Numeric relationships stay the same for each muscle, though they change if different muscles are compared.

REFERÊNCIA

BOEDER, P. — The co-operation of extraocular muscles. *Am. J. Ophthalmol.*, 51: 469-481, 1961.